

**CLS: Proportionnalité, Fonctions**

	$x$	6	9
$\frac{x+2}{3}$	$y$	4	6

= coef de prop

$\sqrt{3/2}$  = rapport scalaire

**I. Suites de nombres proportionnelles**

Deux suites de nombres réels sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de la 1<sup>ère</sup> suite au terme correspondant de la 2<sup>ème</sup> suite par un même opérateur multiplicatif

L'opérateur multiplicatif = coefficient de proportionnalité

Si deux suites de nombres sont proportionnelles, il existe 1 fct = fct<sup>o</sup> linéaire tq la 2<sup>ème</sup> suite est l'image de la 1<sup>ère</sup> par cette fonction

**A. Propriétés numériques de suites proportionnelles**

→ l'ordre si 2 suites prop et coef  $\neq 0$  l'ordre d 2 suites est le même

⊙ l'ordre de la 2<sup>ème</sup> est l'inverse de la 1<sup>ère</sup>

→ additivité linéaire : 2 suites prop → l'image d'une somme est la somme des images  
 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

→ multiplicité linéaire : l'image d'1 double, triple... est le double, triple de l'image

→ "rapports égaux" tous les rapports obtenus en faisant le quotient d'un nbr de la 2<sup>ème</sup> suite par un nbr de la 1<sup>ère</sup> suite sont égaux :  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_n}{x_n} = a$

→ "produit en croix" à partir de égalité  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ , on déduit :  $y_1 \times x_2 = x_1 \times y_2$

→ propriété des écarts : à écarts égaux entre les nbr de la 1<sup>ère</sup> suite correspondent d'écarts égaux entre les nbr de la 2<sup>ème</sup> suite.

**B. Propriétés graphiques des suites proportionnelles**

Soient 2 suites proportionnelles, on considère les couples de nbr formés 1 nbr et son image. Soit un système quadricé : les pts correspondants à ces couples s'alignent s/1 être la par rapport à l'origine des axes

**II Situation de proportionnalité**

Une situation de proportionnalité : situation où 2 grandeurs sont mises en relation, et qui peut être modélisée / 1 relation entre 2 suites de nbr proportionnelles, dc / 1 fonction linéaire.

**III Quelques types de fonctions numériques**

**A. Fonction linéaire**

Fonctions tq :  $x \mapsto ax$  ( $a$  = nbr réel constant)  
 droite passe par l'origine (point 0,0)

**B. Fonction affine**

Fonctions tq :  $x \mapsto ax + b$   
 croissante si  $a$  est positif ;  
 la droite ne passe pas par l'origine sauf si  $b=0$

### C. Fonction "puissance"

Droites tg :  $a \rightarrow ax^n$

ex: relat° entre l'abscisse et son rayon  $a \rightarrow \pi x^2$   
les couples de nbr ne représentent pas des points alignés (sauf si  $n=1$  ou  $0$ )  
si  $n=2 \rightarrow$  points = parabole

### D. Fonction et Tableau

## IV. Comment résoudre des problèmes de proportionnalité ?

### A. "Recherche d'un quatrième proportionnel"

Cas: 2 suites proportionnelles ms seulement 3 nombres connus  $\rightarrow$  le quatrième ?

- ↳ propriétés de linéarité; additive, multiplicative, règle de 3, rapport de linéarité, passer directem<sup>t</sup> de 6 à 9.
- utiliser des rapports égaux = produit en croix
- recherche du coef de prop.
- utiliser graphique

### B. "Comparaison de proportions"

Peinture blanche: 5l Peinture verte: 3l PB: 7l PV: 4l } mélange le vert ?  
Procédure: - se ramener à la m<sup>ê</sup> q<sup>l</sup> de PB (en cherchant le PPCM) ou à 1l de PB  
se ramener à la m<sup>ê</sup> q<sup>l</sup> totale de peinture

### C. Proportionnalité multiple

Ignorance est fc P de 11 autres

Vache	6	$\times \frac{18}{6}$ 18	18
Jour	30	30	? 180
l	4000	? 12000	7200

$\times 6$

pr 18 v et 72000 l  $\rightarrow$  cbv de jr  $\rightarrow$  180 jr

## V. Géométrie et Proportionnalité

### A. Agrandissement, Réduction

Les dimens° des éléments de la figure agrandie doivent être proportionnelles à celle de la figure initiale auxquels ils correspondent.

### B. Théorème de Thalès

## VI. Quelques applications de la proportionnalité

### A. Vitesse moyenne

elle suppose régularité et une proportionnalité entre vitesse et temps

$$D = V \times T$$

### B. Pourcentages

# Aspects Didactiques

Proportion<sup>T</sup> 1.5  
Fonction

1. La proportionnalité peut être examinée ds 3 cadres différents

- cadre des grandeurs: utilisat° de nbr "concrets", choix d'unités
- cadre numérique: nbr manipulés de manière abstraite
- cadre graphique:

↳ A l'école primaire seul un travail ds le 1<sup>er</sup> cadre est envisagé

2. Situations servent de support à ces problèmes

- qd prop intervient par contextes sociaux, pb de nature économique glm<sup>+</sup>  
(ex: prix des fruits, viande st prop, ms pas le timbre a masse d'1 lettre)
- ↳ Alors soit ce st d situat° familières pr l'élève soit le fait que la proportionnalité a été retenue doit é annoncée ds l'énoncé
- qd prop permet une modélisation du phénomène  
ex: physique: engrenages; géométrie: cot d'1 carré
- ↳ Recours à l'expérimentat°, utilisat° de théorèmes
- qd prop intervient c° l'outil pr définir de nouveaux concepts  
def de nouv no<sup>o</sup>: échelle, %, vitesse moy.

3. Typologie des problèmes posés

- pb de quatrième proportionnelle
- pb de comparaison de 2 mélanges: partie/tout ou partie/parte
- pb de double proportionnalité ex: aire rectangle prop à l ou L

Procédures de Résolution à l'EP,

- procédures s'appuyant s/ propriét add; x  
s/ mise en évidence & utilisat° du coef de prop.

les Variables didactiques

- relation entre les nbr donnés
- nbr de couples donnés
- type de situation
- familiarité des élèves ac la situat° évoquée

les ppl difficultés rencontrées par les élèves

- pb d'identification d grandeurs en relat° ds la situat° proposée (sclenatist<sup>+</sup> par les élèves)
- pb à reconnaître si situat° est prop ou pas (pb 7; 10: élèves fit +/- au lieu de x/±)
- pb vient du fait quil faut choisir 1 procédure de résolut°
- mise en œuvre de la procédure choisie

## Résumé

	Des les programmes	Problèmes et Procédures	Langage
C3	la not <sup>o</sup> de prop n'est pas travaillée autant que table. la L'écentie s / la resolut de pb. <i>app. 1112. 110. 1112. 1112.</i>	Les pb st résolus / raisonnement personnel prenant appui s/ de la proportionnalité, s/ le partage par l'unité ou s/ l'utilisat <sup>o</sup> du coef de prop. Des situations où 2 grandeurs st mises en relat <sup>o</sup> "sans prop", sont égalem <sup>t</sup> proposées.	aucun langage spécifique n'est mis en place. Les raisonnement <sup>t</sup> st exprimés en langage ordinaire. L'utilisat <sup>o</sup> de tableaux peut é envisagée